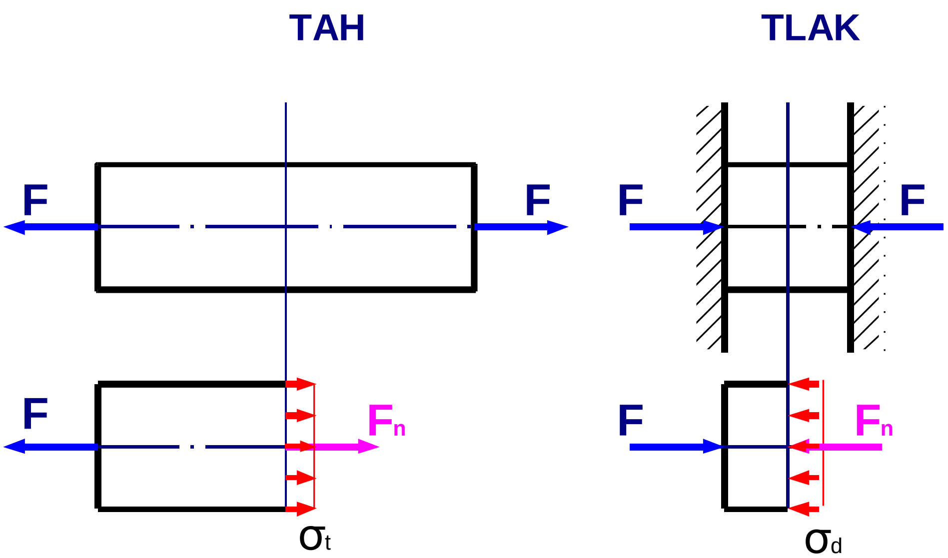
2. NAMÁHÁNÍ TAHEM, TLAKEM

2.1. Napětí v průřezu



$$\sigma_t = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_d = \frac{F}{S}$$

2.2 Základní výpočty

Základní výpočtová (ne)rovnice:

$$\boxed{napeti = \frac{char.hodnota\_zatizeni}{char.hodnota\_prurezu} \leq dovolene\_napeti}$$

Tah

$$\boxed{\sigma_t = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt}}$$

Tlak

$$\boxed{\sigma_d = \frac{F}{S} \leq \sigma_{Dd}}$$

Typy výpočtů:

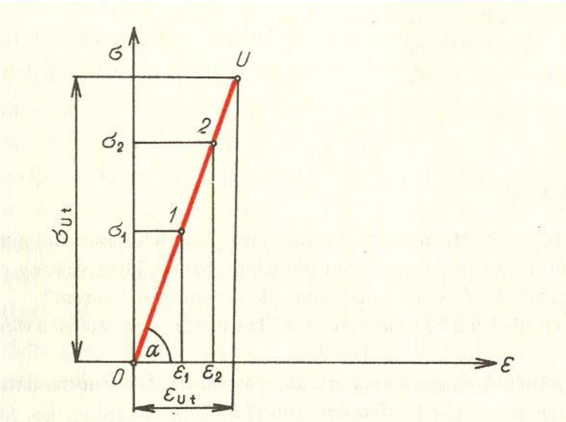
- kontrolní $\frac{F}{S} \leq \sigma_{Dt} \rightarrow$ pokud nerovnost platí, součást vyhovuje

- návrhový $S_{\min} \geq \frac{F}{\sigma_{Dt}} \Rightarrow S_{skut}$

- výpočet únosnosti $F_{\max} = S.\sigma_{Dt}$

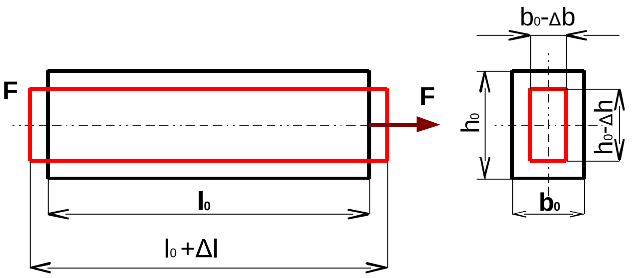
2.3 Deformace namáhaného tělesa

Pružná oblast – platnost Hookova zákona



$$\sigma = E.\varepsilon$$

$$\frac{F}{S} = E.\frac{\Delta l}{l_0} \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{F.l_0}{E.S}$$



$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}[1]$$ poměrné prodloužení

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta h}{h_0} = \varepsilon_z = \frac{\Delta b}{b_0}$$

Závislost mezi podélnou a příčnou deformací popsal Francouz D. S. Poisson a je matematicky vyjádřena **Poissonovým zákonem**, který lze zapsat ve tvaru

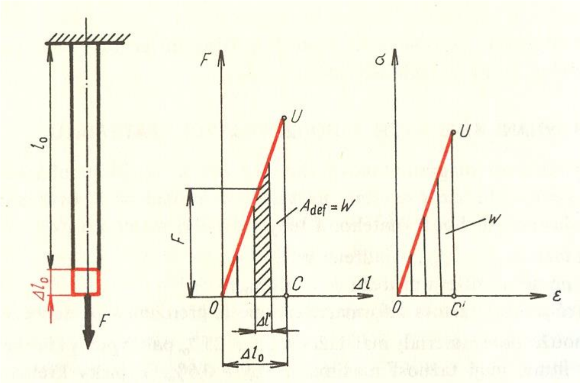
$$\varepsilon_{příčná} = -\mu \cdot \varepsilon_{podélná}$$

$$\left|\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon}\right| = \left|\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon}\right| = \mu$$ **Poissonovo číslo** – podobně jako E charakterizuje deformační vlastnosti materiálu v pružné oblasti

$$\frac{1}{\mu} = m$$ poissonova konstanta

2.4 Deformační práce

Její pomocí lze počítat deformace, posuzovat bezpečnost, používá se při numerických metodách



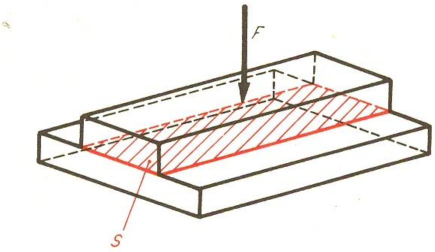
$$W_{def} = \frac{1}{2} F_{\max} . \Delta l_0 = E \ [J]$$

Měrná deformační práce (objemová hustota deformační energie)

$$w = \frac{E}{V} = \frac{\frac{1}{2} F . \Delta l}{S . l} = \frac{1}{2} \sigma . \varepsilon = \frac{\sigma^2}{2E} \qquad \left[J . m^{-3}\right]$$

2.5 Tlak ve styčné ploše

a) Rovinná styčná plocha



$$p = \frac{F}{S} \le p_D \ [MPa]$$

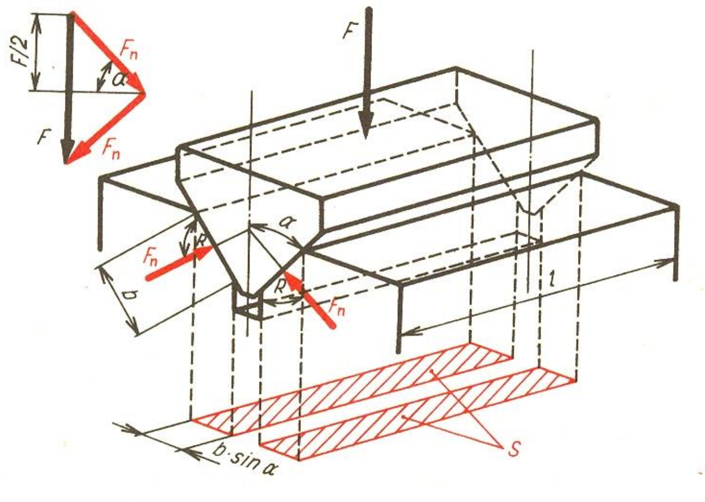
$F[N]$ zatěžující síla

$S[mm^2]$ průmět styčné plochy kolmý na směr působící síly

$p_D[MPa]$ dovolený tlak součásti s nižší pevností

$p_D = (0{,}7 \div 0{,}9)\sigma_{Dd}$ pro součásti ve vzájemném klidu

Tlak v klínové drážce

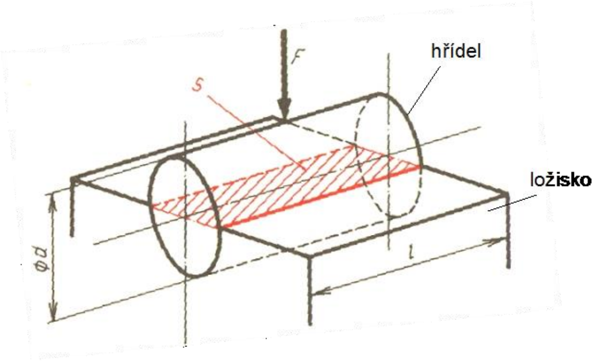


$$F_n = \frac{F}{2 \sin \alpha}$$

$$S = b \sin \alpha . l$$

$$p = \frac{F_n}{S} = \frac{F}{2bl \sin \alpha} \le p_D$$

b) Zakřivená styčná plocha

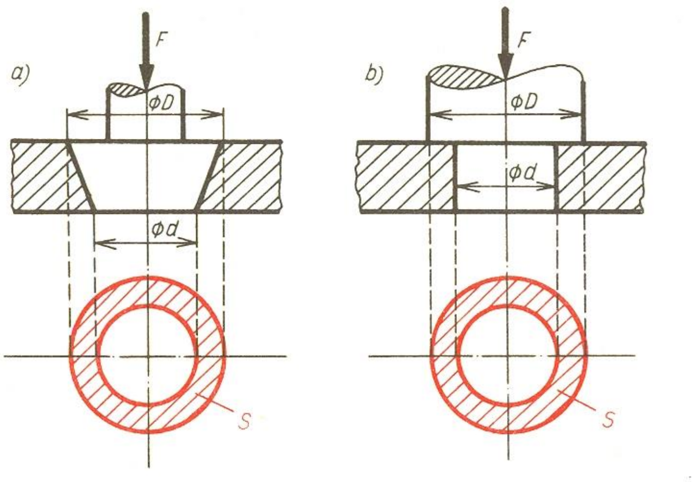


$$p = \frac{F}{S} \leq p_D \text{, kde}$$

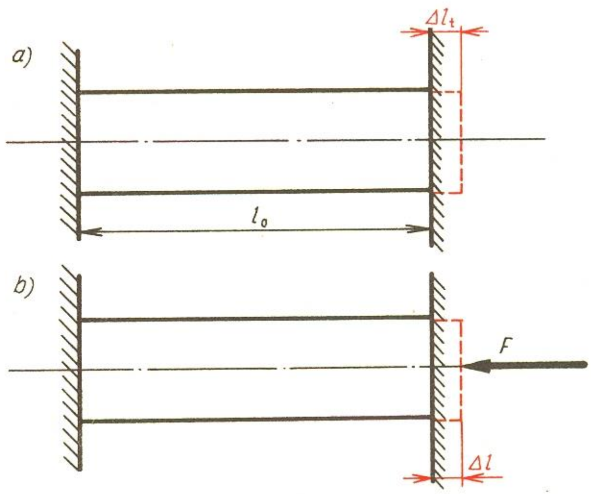
$S = d.l$ průmět styčné plochy do roviny kolmé na směr působící síly

Př.

Axiální čep



2.5 Napětí vzniklé teplem



$$\Delta l_t = \Delta l$$

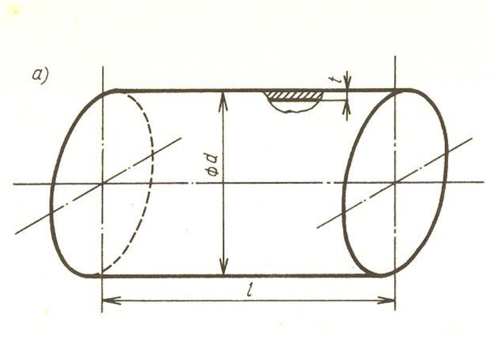
$$l_0 \alpha_l \Delta t = \frac{\sigma l_0}{E} \Rightarrow \boxed{\sigma = \alpha_l E.\Delta t}\text{, kde}$$

$\alpha_l \left[K^{-1}\right]$ součinitel délkové roztažnosti (pro ocel je $\alpha_l = 12.10^{-6} K^{-1}$)

Δt rozdíl teplot

2.6 Tenkostěnné nádoby s vnitřním přetlakem

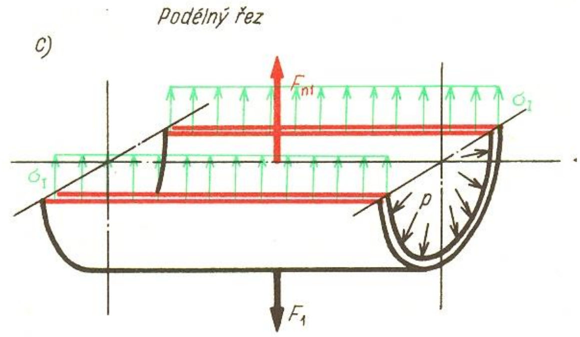
- kotle, větrníky čerpadel, kompresorů, tlakové plynojemy, potrubí ($t \le \frac{D}{30}$)



$$F = S.p$$

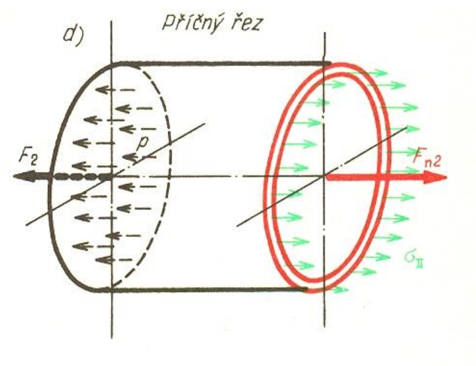
$$F_2 = \frac{\pi d^2}{4}.p$$

$$F_1 = ldp$$



$$\sigma_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{ldp}{2lt} = \frac{dp}{2t} \le \sigma_{Dt} \qquad \Rightarrow$$

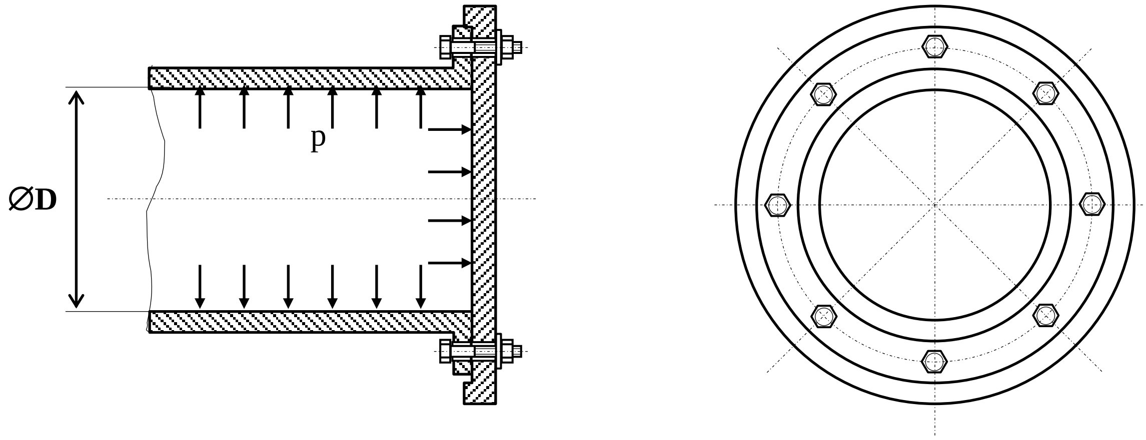
$t \ge \frac{pd}{2\sigma_{Dt}}$ pro potrubí a válcové nádoby



$$\sigma_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}p}{\pi dt} = \frac{dp}{4t} \le \sigma_{Dt} \Rightarrow$$

$t \ge \frac{pd}{4\sigma_{Dt}}$ pro kulové nádoby

Příklad:
Jakých normalizovaných ocelových šroubů je třeba použít k připevnění víka kotle o průměru D = 1 m, je-li vnitřní přetlak p = 1,5 MPa, dovolené napětí šroubů $\sigma_{D\check{s}}$ = 60 MPa a volíme-li počet šroubů i = 8 (viz obrázek). Proveďte pevnostní kontrolu navržených šroubů.



Řešení:
Výsledná síla na dno kotle je

$$F = p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 1{,}5 \cdot \frac{\pi \cdot 1000^2}{4} \doteq 1\ 178\ 097\ \text{N}$$

Z toho při rovnoměrném rozložení připadá na jeden šroub síla

$$F_{\check{s}} = \frac{F}{i} = \frac{1178\,097}{8} \doteq 147\,262\ \text{N} \cdot$$

Z pevnostní podmínky šroubu

$$\frac{F_{\check{s}}}{A_{\check{s}}} \leq \sigma_{D\check{s}}$$

vychází minimální plocha jádra průřezu šroubu

$$A_{\check{s}min} = \frac{F_{\check{s}}}{\sigma_{D\check{s}}} = \frac{147\,262}{60} = 2\,454{,}4\ \text{mm}^2$$

a z ní minimální průměr jádra průřezu šroubu je

$$d_{\check{s}min} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{\check{s}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2\,454{,}4}{\pi}} \doteq 56\ \text{mm} \cdot$$

Tomu odpovídá šroub M64 (d_3 = 56,639 mm a „průřez jádra“ A = 2 676 mm^2).

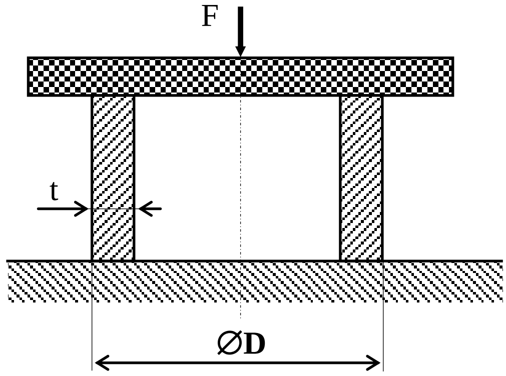
Provedeme-li dále kontrolu napětí v každém z navržených šroubů

$$\sigma_{\check{s}} = \frac{F_{\check{s}}}{A} = \frac{147262}{2676} \doteq 55\ \text{MPa}$$

je zřejmé, že $\sigma_{\check{s}} < \sigma_{D\check{s}}$, což ***vyhovuje***.

Zadání:

Ocelová trubka o vnějším průměru D = 500 mm je zatížena osovou silou $F = 1\cdot10^5$ N (viz obrázek). Vyšetřete minimální tloušťku stěny t, je-li dovolené napětí v tlaku σ_{Dd} = 100 MPa.



Řešení:

Vyjádříme plochu mezikruhového průřezu

$$S = \frac{\pi}{4}.\left[D^2 - (D - 2.t)^2\right] = \pi.[D - t].t$$

a pevnostní podmínku

$$\frac{F}{\pi \cdot [D - t] \cdot t} \le \sigma_D \,.$$

Odkud návrhová formule je kvadratickou rovnicí pro tloušťku stěny *t*

$$t^2 - D \cdot t + \frac{F}{\pi \cdot \sigma_D} = 0$$

jejíž řešení je

$$t_{1,2} = \frac{D}{2} \pm \sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{F}{\pi \cdot \sigma_D}} \,.$$

Je zřejmé, že fyzikální význam má pouze znaménko (-), neboť t < D/2.

Po úpravě a vyčíslení je hledaná minimální tloušťka stěny

$$t_{min} = \frac{D}{2} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot D^2 \cdot \sigma_D}}\right] = \frac{50}{2} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 1 \cdot 10^5}{\pi \cdot 50^2 \cdot 100}}\right] \doteq 12{,}3 \ \text{mm} \,.$$

Poznámka:

Rozbor diskriminantu kvadratické rovnice ukazuje že:

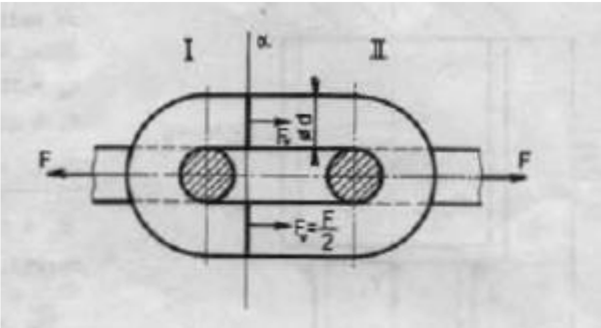
a) a) Je-li diskriminant kladný , pak je dimenzovaná součást **trubka**.

b) b) Je-li diskriminant nulový , pak je dimenzovaná součást **plná tyč**.

c) c) Je-li diskriminant záporný , pak součást při zadaném průměru D = *konst.* **nelze dimenzovat**.

Příklad
Řetěz, zvedající náklad, je vyroben z ocelového drátu s mezí kluzu $\sigma_{Kt} = 370Mpa$. Vypočítejte potřebný průměr drátu, ze kterého je řetěz zhotoven. Uvažujte zatížení článku řetězu jen prostým tahem (ve skutečnosti je zde přítomen i ohyb)

Dáno:
m = 3t
$\sigma_{Kt} = 370MPa$
k = 6



Tah

$$\frac{F}{2S} \le \sigma_{Dt} \Rightarrow S = \frac{F}{2\sigma_{Dt}}$$, kde

$$F = mg = 3000kg.9{,}81ms^{-2} = 29430N$$

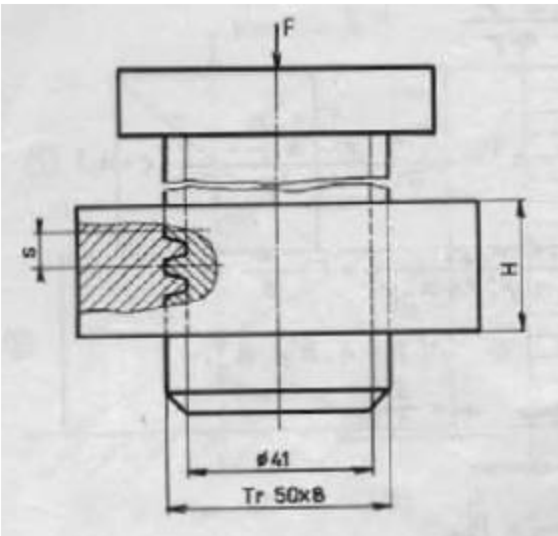
$$\sigma_{Dt} = \frac{\sigma_{Kt}}{k} = \frac{370}{6} = 61{,}\dot{6}MPa$$

Potom $S = \dfrac{29430N}{2.61{,}7MPa} = 238{,}5mm^2$. Odtud $d = \sqrt{\dfrac{4S}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{4.238{,}5}{\pi}} = 17{,}43mm$

Volíme d = 18mm (Dle ČSN 02 3221 má tento normalizačně žíhaný řetěz nosnost 30 900N)

Příklad
Navrhněte výšku matice pohybového šroubu

Dáno:
F = 50 kN
$p_D = 10MPa$
závit Tr 50x8
malý průměr matice d = 42mm, s = 8mm



Styková plocha mezi maticí a šroubem je šroubová plocha, jejímž průmětem do roviny kolmé ke směru působící síly je mezikruží (d, D)

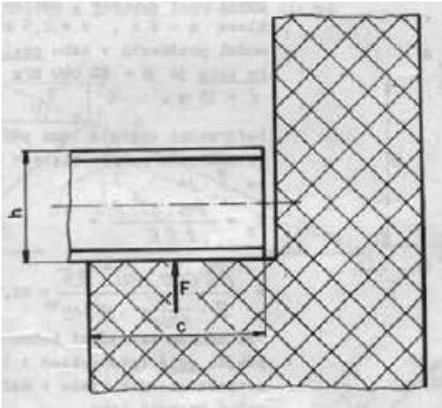
$$p = \frac{F}{i.S} = \frac{F}{i.\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} \qquad \Rightarrow \text{počet závitů matice}$$

$$i = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2).p_D} = \frac{50000}{\frac{\pi}{4}(50^2 - 42^2).10} = 8{,}65$$

Zaokrouhlíme na i = 9závitů

Výška matice $H = i.s = 9.8 = 72mm$

Příklad



Ocelový nosník I č.200 (ČSN 42 5550)je uložen na cihlovém zdivu na vápenocementovou maltu. Síla vzájemného působení (rekce v uložení) F= 15 kN, dovolený tlak ve stykové ploše (malty) $p_D = 1{,}2MPa$.
Navrhněte délku uložení

Dáno:
I č.200 – šířka stojiny b = 90mm
F= 15 kN
$p_D = 1{,}2MPa$

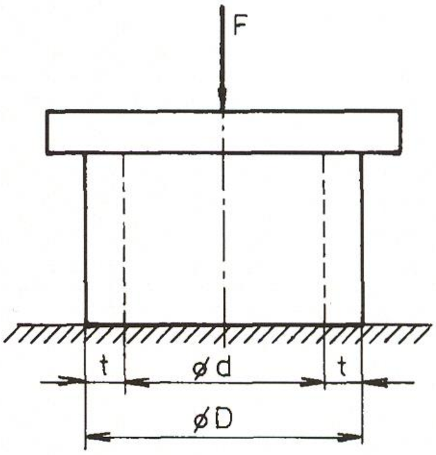
Určit: c – délka uložení

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F}{b.c} \leq p_D \Rightarrow$$

$$c = \frac{F}{b.p_D} = \frac{15000}{90.1{,}2} = 138{,}9mm$$

Zvoleno $c = 140mm$

Příklad



Ocelová trubka o vnějším průměru $D = 100\,mm$ je zatížena osovou silou $F = 4{,}5.10^5$ N (obr. 5.2-6). Určete minimální tloušťku stěny trubky, je-li dovolené napětí v tlaku $\sigma_{Dd} = 100$ MPa.

Z pevnostní podmínky v tlaku

$$\sigma = \frac{F}{A} \leqq \sigma_{Dd}$$

bude minimální průřez trubky

$$A = \frac{F}{\sigma_{Dd}} .$$

Pro průřez také platí

$$A = \frac{\pi}{4}\left[D^2 - (D - 2\,t)^2\right] = \pi\left(Dt - t^2\right),$$

takže

$$\pi\left(D\,t - t^2\right) = \frac{F}{\sigma_{Dd}} \quad ;$$

z toho

$$t^2 - D\,t + \frac{F}{\pi\,\sigma_{Dd}} = 0 \quad .$$

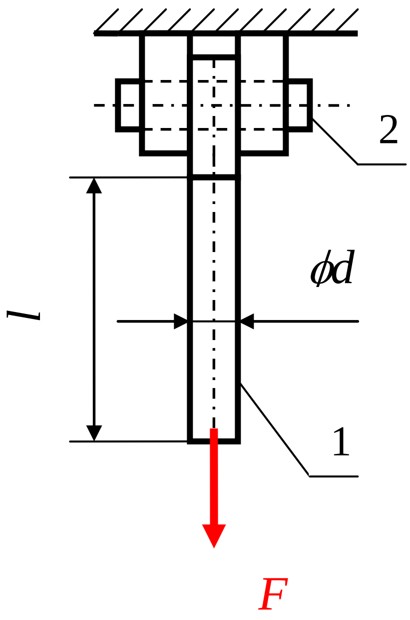
Praktický význam má pouze jeden kořen této kvadratické rovnice

$$t = \frac{D}{2} - \sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{F}{\pi\,\sigma_{Dd}}} \quad ,$$

$$t = 5.10^{-2} - \sqrt{25.10^{-4} - \frac{4{,}5.10^5}{\pi.10^8}} = 17{,}2.10^{-3}\ m \ .$$

Minimální tloušťka stěny trubky $t = 17{,}2$ mm.

Na obrázku je znázorněná tyč (1), zavěšená pomocí čepu (2) na rám. Tyč je namáhaná osamělou silou ***F*** **,** jejíž nositelka je zároveň osou souměrnosti tyče. Tato síla namáhá část tyče o délce „l“ pouze na tah.
Dané hodnoty: *F* = 15 kN; materiál tyče 11 420
Požadovaná míra bezpečnosti *k* = 1,5
Délka tyče je *l* = 1,2 m



Ak je známe zaťaženie silou *F* , miera bezpečnosti k a hodnota R_e materiálu tyče (1), určite najmenší potrebný priemer tyče:

$$\sigma = \frac{F}{S} \leq \sigma_D \Rightarrow S = \frac{\pi . d^2}{4} \geq \frac{F}{\sigma_D} \geq \frac{F}{\frac{R_e}{k}} \Rightarrow d = ?$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4.k.F}{\pi . R_e}} = \sqrt{\frac{4.1,5.15.10^3}{\pi .190.10^6}} = 0,01228m$$

Volíme d = 13 mm

Aké je predĺženie tyče, ak je vyrobená z uhlíkovej ocele s modulom pružnosti E = 2,1.105 MPa

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\frac{F}{A}}{E} = \frac{F}{E.A} = \frac{4.F}{E.\pi.d^2};$$

$$\varepsilon = \frac{4.15.10^3}{2{,}1.10^5.10^6.\pi.0{,}013^2} = 0{,}0005384m$$

$\Delta l = \varepsilon\ .l = 0{,}0005384\ .\ 1{,}2 = 0{,}000646$ m = 0,646 mm

Tyč sa predĺži o Δl =0,646 mm na konečnú dĺžku

$l_v = l + \Delta l = 1{,}2 + 0{,}000646 = 1{,}200646$ m

Aké je celkové predĺženie súčiastky, ak sa súčiastka zahreje rovnomerne o Δt = 30^0C a súčiniteľ dĺžkovej teplotnej rozťažnosti pre daný materiál je $\alpha = 1{,}2.10^{-5}$.

$\Delta l_t = \alpha\ .\ \Delta \mathrm{t}\ .\ l = 1{,}2\ .\ 10^{-5}\ .30.\ 1{,}2 = 0{,}000432$ m

Vplyvom nárastu teploty sa daná tyč predĺži o

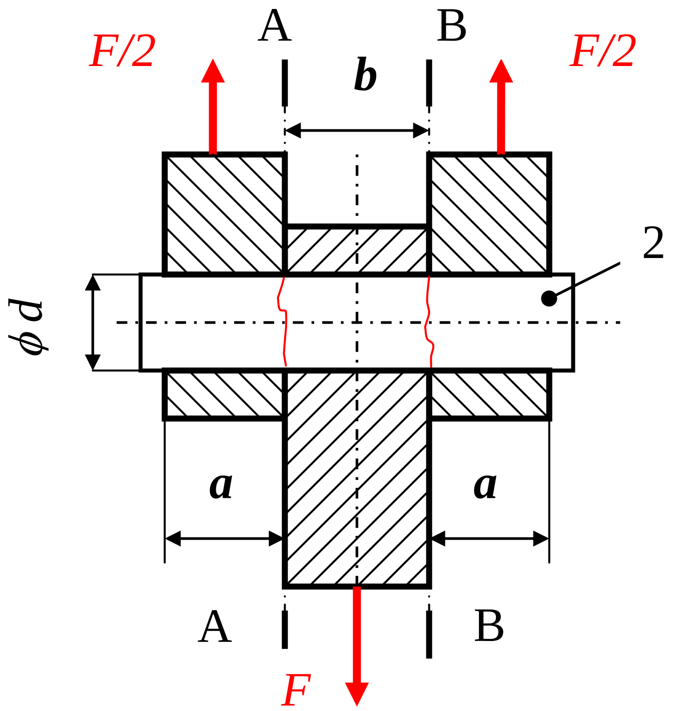
$\Delta l_t = 0{,}432$ mm

Po zaťažení silou F a ohreve bude konečná dĺžka tyče

$l_k = \mathrm{l} + \Delta \mathrm{l} + \Delta \mathrm{l}_t = 1{,}201078$ m.

Určite potrebný priemer čapu ϕd v spoji podľa obrázka, ak sú dané hodnoty :

F = 15 kN, τ_N = 80 MPa, miera bezpečnosti k = 1,5



Čap je namáhaný vonkajším zaťažením silou F v prierezoch A-A a B-B na strih.

Podľa pevnostnej podmienky

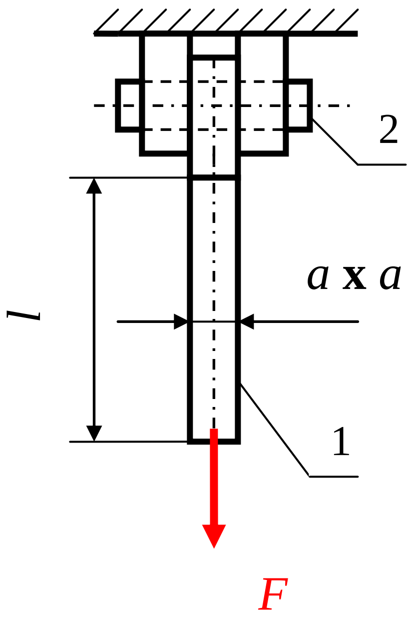
$$\tau_D = \frac{\tau_N}{k} \geq \tau = \frac{N}{A} = \frac{\frac{F}{2}}{\frac{\pi . d^2}{4}} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4.k.F}{2.\pi.\tau_N}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4.1{,}5.15.10^3}{2.\pi.80.10^6}} = 0{,}013m = 13mm$$

Potrebný najmenší priemer čapu je ϕd = 13 mm.

Úloha :

Navrhnite potrebné rozmery prierezu tyče a čapu v rovnakej zostave ako vyššie, zmenená je zaťažovacia sila F = 2,3 kN a tyč je štvorcového prierezu o hrane a.



$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_D \Rightarrow A = a^2 \geq \frac{F}{\sigma_D} \geq \frac{F}{\frac{R_e}{k}} \Rightarrow a = ?$$

$$a \geq \sqrt{\frac{k.F}{R_e}} = \sqrt{\frac{1{,}5.2{,}3.10^3}{190.10^6}} = 0{,}00426 m$$

Volíme a = 5 mm

Aké je predĺženie tyče, ak je vyrobená z uhlíkovej ocele s modulom pružnosti E = 2,1.10^5 MPa

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\frac{F}{A}}{E} = \frac{F}{E.A} = \frac{F}{E.a^2};$$

$$\varepsilon = \frac{2{,}3.10^3}{2{,}1.10^5.10^6.0{,}005^2} = 0{,}000438$$

$\Delta l = \varepsilon\ .l = 0{,}000438\ .\ 1{,}2 = 0{,}000526$ m = 0,526 mm

Tyč sa predĺži o Δl =0,526 mm na konečnú dĺžku

$l_v = l + \Delta l = 1{,}2 + 0{,}000526$ m = 1,200526 m

Aké je celkové predĺženie súčiastky, ak sa súčiastka zahreje rovnomerne o Δt = 50^0C a súčiniteľ dĺžkovej teplotnej rozťažnosti pre daný materiál je $\alpha = 1{,}2.10^{-5}$.

$\Delta l_t = \alpha\ .\ \Delta t\ .\ l = 1{,}2\ .\ 10^{-5}\ .50.\ 1{,}2 = 0{,}00072$ m

Vplyvom nárastu teploty sa daná tyč predĺži o

$\Delta l_t = 0{,}72$ mm

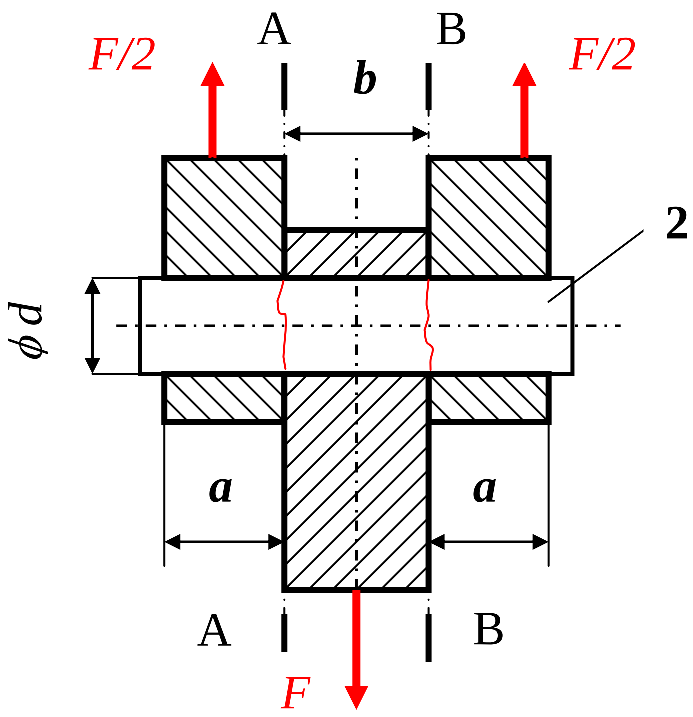
Po zaťažení silou F a ohreve bude konečná dĺžka tyče

$l_k = l + \Delta l + \Delta l_t = 1{,}2 + 0{,}000526 + 0{,}00072 = 1{,}201246$ m

----

Určete potřebný průměr čepu ϕd v spoji podla obrázku, jsou-li dané hodnoty :

F = 2,3 kN, τ_N = 80 MPa, miera bezpečnosti k = 1,5



Čap je namáhaný vonkajším zaťažením silou F v prierezoch A-A a B-B na strih.

Podľa pevnostnej podmienky

$$\tau_D = \frac{\tau_N}{k} \geq \tau = \frac{N}{A} = \frac{\frac{F}{2}}{\frac{\pi.d^2}{4}} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4.k.F}{2.\pi.\tau_N}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4.1{,}5.2{,}3.10^3}{2.\pi.80.10^6}} = 0{,}00524m = 5{,}24mm$$

Potrebný najmenší priemer čapu je ϕd = 5,5 mm.